

?

1. Σε μια γραμμή παραγωγής τα προϊόντα περνούν ένα-ένα από ένα μηχάνημα ελέγχου ποιότητας. Τα προϊόντα φτάνουν σύμφωνα με την κατανομή Poisson με μέση τιμή 10 προϊόντα την ώρα και δημιουργούν μια ουρά μπροστά από το μηχάνημα. Ο χρόνος για τον έλεγχο ενός προϊόντος είναι εκθετικός με μέση τιμή τα 5 λεπτά. Αυτό σημαίνει ότι για όλους τους πρακτικούς σκοπούς δεν υπάρχει περιορισμός όσον αφορά το μέγεθος του συστήματος.

1. Να προσδιορίσει το μέγεθος του χώρου που απαιτείται μπροστά από το μηχάνημα.
2. Ποιο πρέπει να είναι το μέγεθος του χώρου μπροστά από το μηχάνημα, ώστε η πιθανότητα ένα προϊόν να απαιτηθεί να μεταφερθεί σε άλλο χώρο πριν τον έλεγχο λόγω έλλειψης χώρου μπροστά από το μηχάνημα, να είναι μικρότερη από 0.1;
3. Αν εγκατασταθεί ένα νέο σύστημα ελέγχου έτσι ώστε ο χρόνος ελέγχου για όλα τα προϊόντα να είναι σταθερός και ίσος με 5 λεπτά. Με ποιον τρόπο το νέο σύστημα επηρεάζει τη λειτουργία της γραμμής παραγωγής;

?

2. Οι πελάτες φθάνουν σε ένα ταχυδρομείο σύμφωνα με την κατανομή Poisson με μέση τιμή 45 πελάτες την ώρα. Η εξυπηρέτηση ενός πελάτη διαρκεί περίπου 5 λεπτά και είναι εκθετικά κατανομημένη. Οι πελάτες δημιουργούν μια ουρά αναμονής η οποία εξυπηρετείται από πολλούς υπαλλήλους. Ο διευθυντής επιθυμεί να περιορίσει το μέσο χρόνο αναμονής στην ουρά σε όχι περισσότερο από 5 λεπτά. Πόσους υπαλλήλους θα πρέπει να έχει το ταχυδρομείο;

$$\rho < \frac{\lambda}{n\mu}$$

3. Σε ένα πανεπιστήμιο οι νέοι εγγεγραμμένοι πρωτοετείς φοιτητές φημίζονται για την επιθυμία τους να πηγαίνουν στα μάθημα με τα αυτοκίνητά τους (ακόμα και εάν οι πιο πολλοί από αυτούς υποχρεούνται να διαμένουν στην πανεπιστημιούπολη και θα μπορούσαν πολύ εύκολα να κάνουν χρήση του συστήματος μεταφοράς του πανεπιστημίου που είναι δωρεάν). Κατά τη διάρκεια των δύο πρώτων εβδομάδων του χειμερινού εξαμήνου, στην πανεπιστημιούπολη επικρατεί κυκλοφοριακό χάος καθώς οι πρωτοετείς προσπαθούν να βρουν θέσεις στάθμευσης. Με υπομονή οι φοιτητές περιμένουν στους διαδρόμους του χώρου στάθμευσης κάποιον να φύγει προκειμένου να μπορέσουν να σταθμεύσουν τα αυτοκίνητά τους. Ο χώρος στάθμευσης έχει 30 θέσεις στάθμευσης αλλά μπορεί να φιλοξενήσει άλλα 10 αυτοκίνητα στους διαδρόμους του, αυτά τα πρόσθετα 10 αυτοκίνητα δεν μπορούν να σταθμεύσουν μόνιμα στους διαδρόμους και πρέπει να περιμένουν τη διαθεσιμότητα κάποιας από τις 30 θέσεις στάθμευσης. Οι πρωτοετείς φοιτητές φτάνουν στο χώρο στάθμευσης σύμφωνα με την κατανομή Poisson με μέση τιμή 20 αυτοκίνητα την ώρα. Ο μέσος χρόνος στάθμευσης ανά αυτοκίνητο είναι περίπου 60 λεπτά και ακολουθεί εκθετική κατανομή.

1. Ποιο είναι το ποσοστό των πρωτοετών που φεύγουν επειδή δεν μπορούν να εισέλθουν στο χώρο στάθμευσης;
2. Ποια είναι η πιθανότητα ένα αυτοκίνητο που φθάνει να περιμένει στους διαδρόμους του χώρου στάθμευσης;
3. Να προσδιορίσετε το μέσο αριθμό των κατειλημμένων θέσεων στάθμευσης.
4. Να προσδιορίσετε το πλήθος των πρωτοετών που δε θα καταφέρουν να πάνε στο μάθημα κατά τη διάρκεια μιας περιόδου 8 ωρών, επειδή ο χώρος στάθμευσης είναι τελείως γεμάτος.

✓ 4. Σε μια εταιρεία πρόκειται να προσληφθεί ένας μηχανικός για την επισκευή της γραμμής παραγωγής οι βλάβες στην οποία συμβαίνουν με ένα μέσο ρυθμό 3 ανά ώρα. Ο αριθμός βλαβών ακολουθεί κατανομή Poisson. Το κόστος για το μη παραγωγικό χρόνο της μηχανής υπολογίζεται σε 16 χ.μ ανά ώρα. Η εταιρεία θα επιλέξει μεταξύ δύο υποψήφιων μηχανικών. Ο μηχανικός Α επισκευάζει 4 βλάβες την ώρα και απαιτεί 8 χ.μ. ανά ώρα. Ο μηχανικός Β επισκευάζει 6 βλάβες την ώρα και απαιτεί 10 χ.μ. Ποιος μηχανικός πρέπει να προσληφθεί;

(D)

✓ 5. Σε ένα κέντρο εξυπηρέτησης υπάρχουν 2 θέσεις εργασίας και χώρος αναμονής 2 θέσεων. Οι πελάτες φθάνουν σύμφωνα με την κατανομή Poisson με ρυθμό 10 πελάτες την ώρα και όταν ο χώρος αναμονής είναι γεμάτος δεν εισέρχονται. Ο χρόνος εξυπηρέτησης του πελάτη ακολουθεί εκθετική κατανομή με μέση τιμή 5 λεπτά. Τα έσοδα από κάθε πελάτη που εξυπηρετείται είναι 20 ευρώ. Το κόστος λειτουργίας κάθε θέσης όταν αυτή εξυπηρετεί είναι 90 ευρώ την ώρα ενώ το κόστος αναμονής του πελάτη είναι 400 ευρώ ανά ώρα αναμονής ανά πελάτη που περιμένει. Ποιο είναι το κέρδος του κέντρου ανά ώρα;

$$\text{ΕΣΟΔΑ: } 20\lambda(1-P_4) \quad \text{ΕΞΟΔΑ } 400(1P_3+2P_4)$$

6. Μια καφετέρια διαθέτει καθίσματα για το πολύ 50 άτομα. Οι πελάτες φθάνουν με κατανομή Poisson με μέση τιμή 10 πελάτες την ώρα και εξυπηρετούνται ένας-ένας με ρυθμό 12 πελάτες την ώρα θεωρώντας ότι η εξυπηρέτηση καθενός ακολουθεί την εκθετική κατανομή.

1. Ποια είναι η πιθανότητα ότι ένας πελάτης που φθάνει στην καφετέρια δε θα μπορέσει να βρει θέση;

$$P(X > 50) = 1 - P(X \leq 49)$$

$$\lambda = 10$$

$$\mu = 12$$

2. Αν τρεις πελάτες θα ήθελαν να καθίσουν μαζί, ποια είναι η πιθανότητα να μπορεί να πραγματοποιηθεί η επιθυμία τους; (υποθέτουμε ότι μπορούν να διευθετηθούν έτσι τα πράγματα ώστε να καθίσουν μαζί εφόσον υπάρχουν τρία διαθέσιμα καθίσματα)

7. Το κέντρο υπολογιστών ενός πανεπιστημίου έχει 4 πανομοιότυπους κεντρικούς υπολογιστές. Το πλήθος των χρηστών κάθε χρονική στιγμή είναι 25 και κάθε χρήστης υποβάλλει μια εργασία από ένα τερματικό κάθε 15 λεπτά με το πραγματικό χρόνο ανάμεσα στις υποβολές να είναι εκθετικός. οι εργασίες που φθάνουν διαβιβάζονται αυτόματα στον πρώτο διαθέσιμο υπολογιστή. Ο χρόνος εκτέλεσης ανά υποβολή είναι εκθετικός με μέση τιμή 2 λεπτά. Να υπολογιστούν:

1. Η πιθανότητα μια εργασία να μην εκτελεστεί άμεσα με την υποβολή της
2. Το μέσο χρόνο για τη διεκπεραίωση μιας εργασίας
3. Το μέσο πλήθος εργασιών που περιμένουν εκτέλεση
4. Το μέσο πλήθος των άεργων υπολογιστών

8. Ένα εστιατόριο γρήγορου φαγητού έχει 3 υπαλλήλους. Οι πελάτες φθάνουν κάθε 3 λεπτά σύμφωνα με την κατανομή Poisson και σχηματίζουν μια γραμμή προκειμένου να εξυπηρετηθούν από τον πρώτο διαθέσιμο υπάλληλο. Ο χρόνος εξυπηρέτησης είναι εκθετικός με μέση τιμή 5 λεπτά. Ο χώρος αναμονής μέσα στο εστιατόριο είναι περιορισμένος, ωστόσο το φαγητό είναι καλό και οι πελάτες μπορούν να περιμένουν και εκτός καταστήματος αν χρειαστεί. Να προσδιορίσετε το μέγεθος του χώρου αναμονής μέσα στο εστιατόριο (χωρίς να υπολογίσετε τους πελάτες που βρίσκονται στους υπαλλήλους για εξυπηρέτηση) ώστε η πιθανότητα για ένα νέο πελάτη να μην περιμένει έξω από το εστιατόριο να είναι τουλάχιστον 0.99.

<http://www.supositorio.com/rcalc/rcalc1ite.htm>